Gr. 12

Totaal: 60
Tyd: $1\frac{1}{4}$ uur

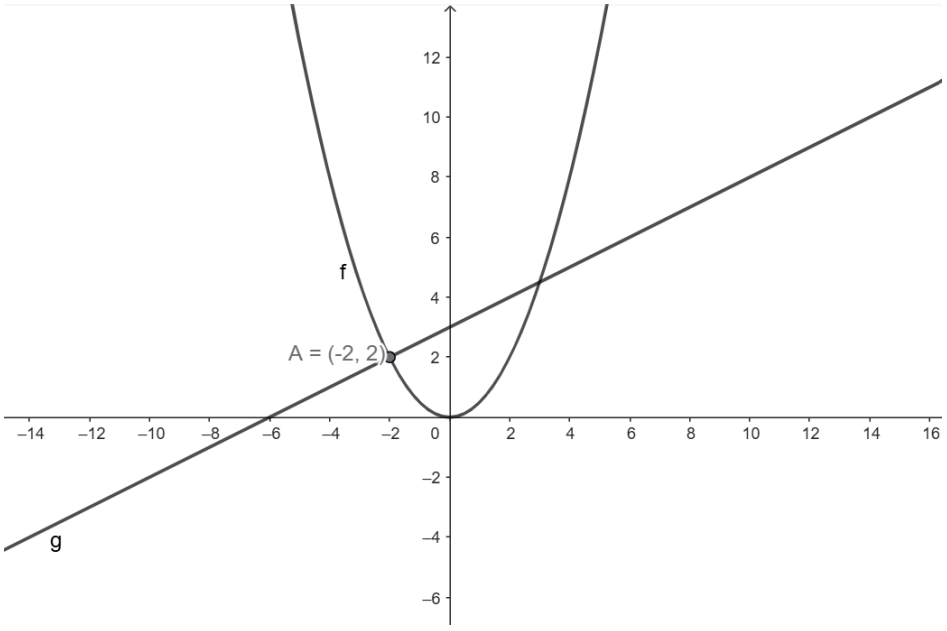
Kwartaal 2, Toets 1 (Funksies, inverses en differensiaalrekeninge) 2025 – Memorandum

Vraag 1

1.1 Gegee: $f(x) = \frac{x^2}{2}$ en $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$.

1.1.1 Skets beide funksies f en g op dieselfde assestelsel. Toon duidelik alle draaipunte en afsnitte met die asse aan. (3)

g: √ $(-6;0)$ *en* $(0;3)$
f: √ $(0;0)$; √*vorm*



1.1.2 Bereken die koördinate van die snypunt van f en g waar $x < 0$. (5)

$\frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x + 3$ √
$x^2 - x - 6 = 0$ √
$(x+2)(x-3) = 0$ √
$x = -2$√; $x \neq 3$
$g(-2) = \frac{1}{2}(-2) + 3.$
$g(-2) = 2$
Snypunt $(-2;2$√$)$

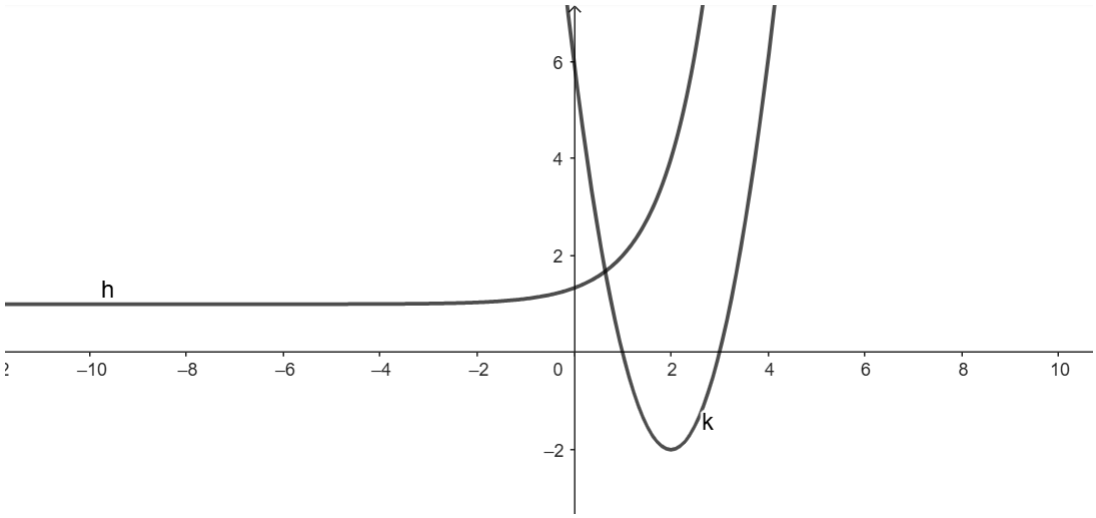
1.1.3 Bepaal die vergelykings van beide f^{-1} en g^{-1}. (4)

$f^{-1}: x = \frac{y^2}{2}$ √
$f^{-1}: 2x = y^2$
$f^{-1}(x) = \pm\sqrt{2x}$ √
$g^{-1}: x = \frac{1}{2}y + 3$ √
$g^{-1}: x - 3 = \frac{1}{2}y$
$g^{-1}: 2x - 6 = y$
$g^{-1}(x) = 2x - 6$ √

1.1.4 Beperk die definisieversameling van f, sodat f^{-1} 'n funksie sal wees. (1)

$x \leq 0$√ of $x \geq 0$√

1.2 Gegee: $h(x) = 3^{x-1} + 1$ en $k(x) = 2(x-2)^2 - 2$.



1.2.1 Vir watter waarde van m sal $m = 2(x-1)^2 - 2$ gelyke wortels hê? (1)

$m = -2$ √

1.2.2 Bepaal die vergelyking van $h^{-1}(x+1)$ en skryf ook die vergelyking van $h^{-1}(x+1)$ se asimptoot neer. (4)

$h^{-1}(x+1): x + 1 = 3^{y-1} + 1$√
$h^{-1}(x+1): x = 3^{y-1}$
$h^{-1}(x+1): y - 1 = log_3 x$ √
$h^{-1}(x+1): y = log_3 x + 1$ √
$Vertikale\ asimptoot: x = 0$ √

[18]

Vraag 2

2.1 Gegee: $f(x) = \frac{x^2}{2} - 3$

2.1.1 Bepaal die gemiddelde gradiënt van f tussen $x = 0$ en $x = -2$. (4)

$f(0) = \frac{0^2}{2} - 3 = -3$ √
$f(-2) = \frac{(-2)^2}{2} - 3 = -1$ √
$m = \frac{-3-(-1)}{0-(-2)}$ √$= -1$ √

2.1.2 Bepaal die gradiënt van die raaklyn aan f by $x = 3$ deur die eerste beginsel te gebruik. (7)

$f(x) = \frac{x^2}{2} - 3$
$f(x+h) = \frac{(x+h)^2}{2} - 3$
$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{(x+h)^2}{2}-3-(\frac{x^2}{2}-3)}{h}$ √formule en √substitusie
$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{x^2+2xh+h^2}{2}-\frac{x^2}{2}}{h}$
$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{h(2x+h)}{2}$√ $\times \frac{1}{h}$ √
$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{(2x+h)}{2}$
$f'(x) = \frac{2x+0}{2}$ √
$f'(x) = x$ √
$\therefore f'(3) = 3$ √

2.2 Bepaal:

2.2.1 $g'(x)$ as $g(x) = \frac{2x+2}{x}$ (2)

$g(x) = 2 + 2x^{-1}$ √
$g'(x) = \frac{-2}{x^2}$ √

2.2.2 $\frac{dz}{dx}$ as $z = \frac{4x^4 - \frac{1}{4}}{\sqrt{(2x-1)^2}}$ (4)

$z = \frac{\frac{1}{4}(16x^4-1)}{2x-1}$
$z = \frac{\frac{1}{4}(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)\surd}{2x-1}$
$z = (2x+1)(x^2+\frac{1}{4})$
$z = 2x^3 + \frac{1}{2}x + x^2 + \frac{1}{4}\surd$
$\frac{dz}{dx} = 6x^2\surd + 2x\surd + \frac{1}{2}\surd$

2.2.3 $D_x[\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{3x^3}\right)^2]$ (5)

$D_x[\left(x^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}x^{-3}\right)^2]$
$D_x[x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}x^{\frac{-8}{3}}\surd + \frac{1}{9}x^{-6}\surd]$
$= \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}\surd - \frac{16}{9x^{\frac{11}{3}}}\surd - \frac{2}{3x^7}\surd$

[23]

Vraag 3

3.1 Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan $f(x) = 6x^2 - 10x + 2$ wat ewewydig is aan die lyn $2y + 2 = 16x$. (7)

$f'(x) = 12x - 10\surd$
$y = 8x - 1$
$12x - 10 = 8\surd$
$12x = 18$
$x = \frac{3}{2}\surd$
$f'\left(\frac{3}{2}\right) = 12\left(\frac{3}{2}\right) - 10 = 8$
$f\left(\frac{3}{2}\right) = 6(\frac{3}{2})^2 - 10\left(\frac{3}{2}\right) + 2\surd = \frac{1}{2}\surd$
$y = 8x + c$
Stel in $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$:
$\frac{1}{2} = 8(\frac{3}{2}) + c\surd$
$c = -\frac{23}{2}$
$y = 8x - \frac{23}{2}\surd$

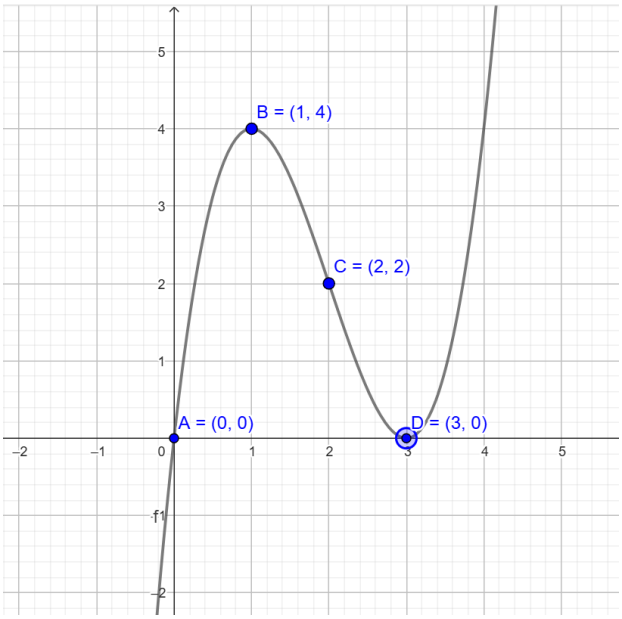
3.2 Gegee: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

3.2.1 Bepaal die koördinate van die buigpunt van f. (5)

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ √
$f''(x) = 6x - 12$√$= 0$ √
$6x = 12$
$x = 2$ √
$f(2) = (2)^3 - 6(2)^2 + 9(2) = 2$
$Buigpunt\ (2;2$√$)$

3.2.2 Skets die grafiek van f en dui die afsnitte met die asse en draaipunte duidelik aan. (4)

√ $A(0;0)$; √ $B(1;4)$ *en* √ $D(3;0)$; √ *vorm*



3.2.3 Vir watter waarde(s) van x sal $y = -f(x)$ konkaaf na bo wees? (1)

$x < 2$ √

3.2.4 Bepaal die koördinate van die lokale minimum van h, indien: $h(x) = f(x - 1) + 2$. (2)

$(4$√$;2$√$)$

[19]

Totaal: [60]