



November-eksamen, vraestel 2, 2022 – Memorandum

Vraag 1

1.1 Jana het vir 'n wetenskapprojek kossoorte volgens hul kalorie inhoud gegroepeer. Sy het 55 verskillende kossoorte getoets en die onderstaande tabel toon die versameling van haar data, per 100 gram, van elke kossoort.

1.1.1 Voltooi die onderstaande gegroepeerde frekwensietabel: (5)

Kalorieë per 100 gram	Frekwensie	x	$f \cdot x$
$0 \leq x < 5$	3	2,5	7,5
$5 \leq x < 10$	12	7,5	90 ✓
$10 \leq x < 15$	4	12,5	50
$15 \leq x < 20$	15	17,5	262,5 ✓
$20 \leq x < 25$	5	22,5	112,5
$25 \leq x < 30$	6	27,5	165 ✓
$30 \leq x < 35$	10	32,5	325
	$n = 55$	✓ kolom	$\Sigma f \cdot x = 1012,5 \checkmark$

1.1.2 Bereken die benaderde gemiddelde kalorie-inhoud van die kossoorte. (3)

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f \cdot x}{n} = \frac{1012,5 \checkmark}{55 \checkmark}$$

$$\bar{x} = 18,41 \checkmark \text{ kalorieë per 100 gram van 'n kossoort}$$

1.1.3 Bepaal die modale klasinterval van die data. (1)

$$15 \leq x < 20 \checkmark$$

1.1.4 Bepaal die benaderde mediaan van die data. (3)

$$\text{Posisie van } Q_2 = \frac{1}{2}(n + 1) = \frac{1}{2}(55 + 1) = 28 \checkmark$$

$$\therefore \text{mediaanklasinterval: } 15 \leq x < 20 \checkmark$$

$$\therefore Q_2 \approx 17,5 \text{ kalorieë per 100 gram van 'n kossoort} \checkmark$$

1.2 Jana het vir dieselfde wetenskapprojek 15 ander kossoorte se vetinhoud bestudeer. Die onderstaande inligting toon die versameling van haar data per 100 gram van elke kossoort.

Kossoort	Vetinhoud per 100 gram	Kossoort	Vetinhoud per 100 gram
Witsous	4,9 g	Hoenderborsie	3,5 g
Piesang	0,7 g	Gerookte salm	9,4 g
Jogurt (laevet)	0,9 g	Tunaslaai	9,3 g
Maaskaas	4,3 g	Pannekoek	7,4 g
Avokado	8,9 g	Garnale	11,8 g
Patat	2,9 g	Gedroogte appelkose	0,8 g
Eier (gekook)	10,0 g	Volgraanbrood	3,6 g
Franse slaaisous	12,5 g		

1.2.1 Skryf die vyfgetalopsomming van die bostaande data neer. (5)

0,7; 0,8; 0,9; 2,9; 3,5; 3,6; 4,3; 4,9; 7,4; 8,9; 9,3; 9,4; 10,0; 11,8; 12,5

Min. = 0,7 ✓

Posisie van $Q_1 = \frac{1}{4}(15 + 1) = 4; \therefore Q_1 = 2,9$ ✓

Posisie van $Q_2 = \frac{1}{2}(15 + 1) = 8; \therefore Q_2 = 4,9$ ✓

Posisie van $Q_3 = \frac{3}{4}(15 + 1) = 11; \therefore Q_3 = 9,4$ ✓

Maks. = 12,5 ✓

1.2.2 Bereken die gemiddelde vetinhoud (in gram) van die 15 kossoorte. (2)

$$\bar{x} = \frac{90,9}{15}$$

$$\bar{x} = 6,06 \text{ g} \checkmark$$

1.2.3 Lewer kommentaar oor die skeefheid van die data. (1)

Skeef na regs / positief skeef ✓

1.2.4 Bereken die:

1.2.4.1 omvang (1)

$$\text{Maks.} - \text{Min.} = 12,5 - 0,7$$

$$= 11,8 \text{ g} \checkmark$$

1.2.4.2 interkwartiel-variasiewydte (1)

$$Q_3 - Q_1 = 9,4 - 2,9$$

$$= 6,5 \checkmark$$

Vraag 2

2.1 Gegee: $A(5; 4); B(x; -3); C(-1; y)$ en $D(0; 9)$

2.1.1 Bereken die middelpunt van AD . (2)

$$M_{AD} = \left(\frac{5+0}{2}; \frac{4+9}{2}\right)$$

$$M_{AD} = \left(\frac{5}{2}\sqrt{}; \frac{13}{2}\sqrt{}\right)$$

2.1.2 Bereken die waarde van x indien A, B en D ko-lineêr is. (4)

$$m_{AB} = m_{AD}\sqrt{}✓$$

$$\frac{-3-4}{x-5}\sqrt{} = \frac{9-4}{0-5}\sqrt{}✓$$

$$\frac{-7}{x-5} = \frac{5}{-5}$$

$$5x - 25 = 35$$

$$5x = 60$$

$$x = 12\sqrt{}✓$$

2.1.3 Bereken die waarde van y indien $AC = 3\sqrt{13}$ eenhede en $y < 0$. (5)

$$3\sqrt{13}\sqrt{} = \sqrt{(5 - (-1))^2 + (4 - y)^2}\sqrt{}✓$$

$$(3\sqrt{13})^2 = 36 + 16 - 8y + y^2$$

$$0 = y^2 - 8y - 65\sqrt{}✓$$

$$0 = (y - 13)(y + 5)\sqrt{}✓$$

$$y \neq 13 \quad y = -5\sqrt{}✓$$

[11]

Vraag 3

Rond jou antwoorde korrek tot twee desimale syfers af.

3.1 Indien $\alpha = 13,5^\circ$; $\beta = 43,25^\circ$ en $\theta = 5,5^\circ$, bereken die waarde van:

3.1.1 $\frac{\tan(2\alpha+\beta)}{2\cos\theta}$ (1)

$$= 1,40\sqrt{}✓$$

3.1.2 $\sec(\beta + \theta)$ (1)

$$= 1,52\sqrt{}✓$$

3.1.3 $\sin\alpha - 3\operatorname{cosec}\beta$ (1)

$$= -4,14\sqrt{}✓$$

3.2 Los op vir x :

3.2.1 $3\cos x - 2 = 0$ (2)

$$\cos x = \frac{2}{3}\sqrt{}✓$$

$$x = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$x = 48,19^\circ\sqrt{}✓$$

$$3.2.2 \quad \frac{2\cot(x-10^\circ)}{3} = 0,95 \quad (3)$$

$$2 \cot(x - 10^\circ) = 2,85\checkmark$$

$$\cot(x - 10^\circ) = 1,425$$

$$\frac{1}{\tan(x-10^\circ)} = 1,425\checkmark$$

$$\tan(x - 10^\circ) = 0,701 \dots$$

$$x = \tan^{-1}(0,701 \dots) + 10^\circ$$

$$x = 45,06^\circ\checkmark$$

3.3 Bereken sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

$$3.3.1 \quad 2\sin^2 60^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ \quad (5)$$

$$= 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\checkmark + \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\checkmark$$

$$= 2\left(\frac{3}{4}\right)\checkmark + \frac{3}{2}\checkmark$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$$

$$= 3\checkmark$$

$$3.3.2 \quad \sqrt{4\tan 45^\circ} - \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

$$= \sqrt{4\left(\frac{1}{1}\right)}\checkmark - \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\checkmark}{\sqrt{2}}$$

$$= 2\checkmark - \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 2 - \frac{1}{2}\checkmark$$

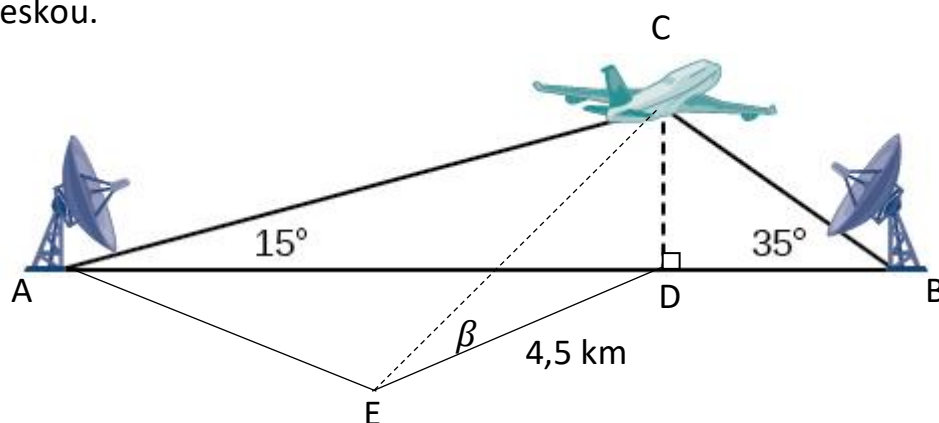
$$= 1\frac{1}{2}\checkmark$$

[18]

Vraag 4

4.1 In die onderstaande diagram word 'n vliegtuig, in posisie C, opgemerk deur twee radars, gemerk A en B onderskeidelik.

- Die twee radars is presies 20 km uitmekaar en die verhouding van AD tot DB is 3: 1.
- CD dui die vertikale hoogte bo grondvlak van die vliegtuig aan.
- A, D en E is op dieselfde horisontale vlak as punt E, wat die posisie van 'n toeskouer, 4,5 km weg van D, op grondvlak aandui.
- EC dui die siglyn aan waarmee die toeskouer die vliegtuig teen 'n hoogtehoek van β beskou.



4.1.1 Bereken die vertikale hoogte van die vliegtuig bo grondvlak, CD. (3)

$$AD = 20 \times \frac{3}{4} = 15 \text{ km}$$

$$DB = 20 \times \frac{1}{4} = 5 \text{ km } \checkmark$$

In $\triangle BCD$:

$$\tan 35^\circ = \frac{CD}{5} \checkmark$$

$$CD = 5 \cdot \tan 35^\circ$$

$$CD = 3,5 \text{ km } \checkmark$$

4.1.2 Bereken die grootte van die hoogtehoek, β , waarteen die toeskouer die vliegtuig beskou. (2)

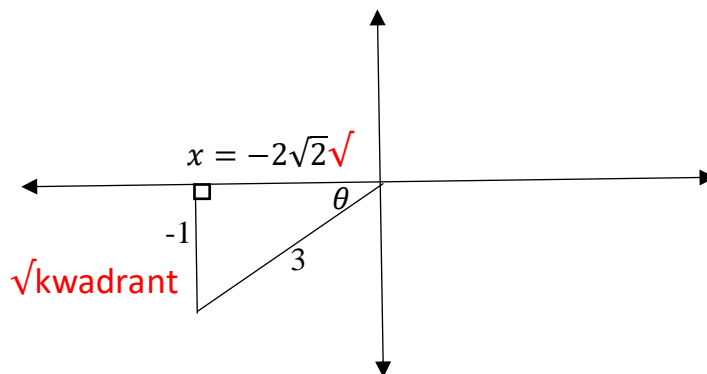
$$\tan \beta = \frac{3,5}{4,5} \checkmark$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{3,5}{4,5}\right)$$

$$\beta = 37,87^\circ \checkmark$$

4.2 Gegee: $3\sin\theta = -1$ en $0^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$.

Bereken, met behulp van 'n skets, die waarde van $\sqrt{2}\cot\theta - \sin^2\theta$. (5)



$$\sin\theta = \frac{-1}{3}$$

$$x = \sqrt{3^2 - (-1)^2} \text{ [Pyth]}$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}\left(\frac{-2\sqrt{2}}{-1}\right) \checkmark - \left(\frac{-1}{3}\right)^2 \checkmark$$

$$= 4 - \frac{1}{9}$$

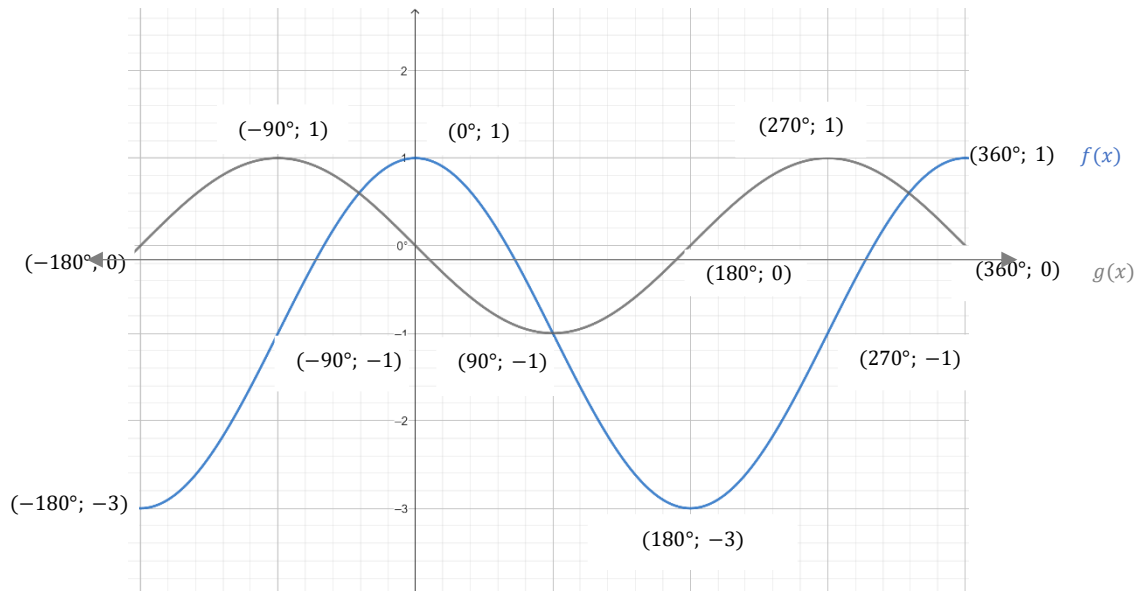
$$= \frac{35}{9} \checkmark$$

[10]

Vraag 5

5.1 Gegee: $f(x) = 2\cos x - 1$ en $g(x) = -\sin x$

5.1.1 Skets beide funksies op dieselfde assstelsel vir $x \in [-180^\circ; 360^\circ]$.
Toon duidelik alle koördinate van die draaipunte en afsnitte met die asse. (5)



✓ $f(x)$ – vorm

✓ $f(x)$ – draaipunte

✓ $g(x)$ – vorm

✓ $g(x)$ – draaipunte

✓ $g(x)$ – x -afsnitte

5.1.2 Vir watter waarde(s) van $x \in \mathbb{N}$ sal $g(x) \geq 0$? (2)

$180^\circ \leq x \leq 360^\circ$ ✓ interval ✓ notasie

5.2 Gegee: $h(x) = -2\tan x - 3$ vir $x \in [0^\circ; 360^\circ]$.

5.2.1 Skryf die vergelyking van die asimptote van h neer. (1)

$x = 90^\circ; x = 270^\circ$ ✓ beide vergelykings

5.2.2 Skryf die periode van $h(x)$ neer. (1)

180° ✓

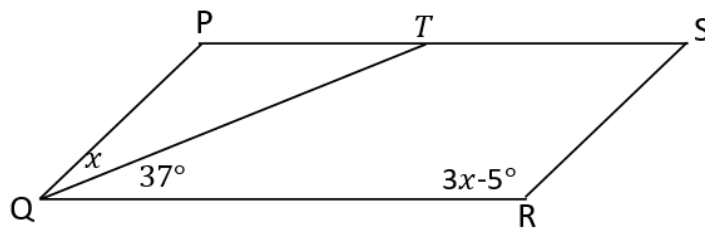
5.2.3 Bepaal die vergelyking van $k(x)$ indien $k(x)$ gevorm word deur die refleksie van $h(x)$ in die x -as. (2)

$k(x) = -(-2\tan x - 3)$

$k(x) = 2\tan x + 3$ ✓

Vraag 6

6.1 $PQRS$ is 'n parallelogram met $PQ = PT$, $\widehat{PQT} = x$ en $\widehat{QRS} = 3x - 5^\circ$.



6.1.1 Bereken volledig, met redes, die grootte van \widehat{PQT} . (2)

$$\widehat{PQT} = 37^\circ \checkmark [\text{verwisselende } \angle\text{'e PS//QR}] \checkmark$$

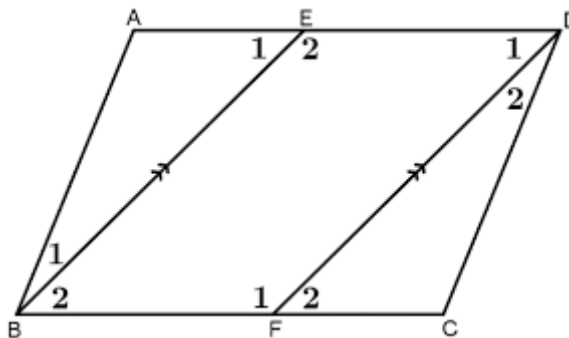
6.1.2 Bereken volledig, met redes, die grootte van x . (2)

$$x = 37^\circ \checkmark [\angle\text{'e teenoor} = \text{sye}] \checkmark$$

6.1.3 Bereken volledig, met redes, die grootte van \widehat{P} . (2)

$$\widehat{P} = 3(37^\circ) - 5^\circ = 106^\circ \checkmark [\text{teenoorstaande } \angle\text{'e van //m PQRS is =}] \checkmark$$

6.2 Gegee: ABCD en EBFD is vierhoeke met $AE = FC$, $\widehat{F_1} = 110^\circ$ en $\widehat{D_1} = 70^\circ$.



6.2.1 Verskaf 'n rede vir $AD \parallel BC$. (1)

Ko-binne- \angle 'e is supplementêr. \checkmark

6.2.2 Verskaf vervolgens 'n rede waarom EBFD 'n parallelogram sal wees. (1)

Twee pare teenoorstaande sye is parallel. \checkmark

6.2.3 Bewys dat ABCD 'n parallelogram is. (3)

$ED = BF$ [teenoorstaande sye van parallelogram EBFD is =] \checkmark

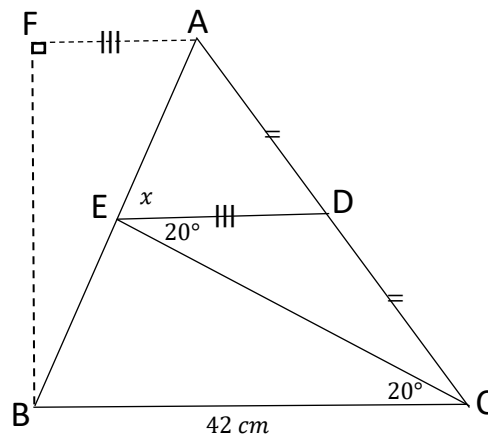
$AE = FC$ [gegee]

$\therefore AD = BC \checkmark$

$\therefore ABCD$ is 'n parallelogram [1 paar teenoorstaande sye is // en =] \checkmark

Vraag 7

7.1 Beskou die onderstaande skets en beantwoord die vrae wat volg:



7.1.1 Bewys dat BCDE 'n trapesium is. (2)

ED // BC [verwisselende \angle 'e is =] ✓

BCDE is 'n trapesium [1 paar teenoorstaande sye is //] ✓

7.1.2 Bepaal die lengte van DE. (2)

DE = 21 cm ✓ [omgekeerde-middelpunt-stelling] ✓

7.1.3 Indien die area van $\triangle ABC$ 924 cm^2 is, bereken die lengte van AE. (6)

$$\text{area} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot BF$$

$$924 = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot BF \quad \checkmark$$

$$BF = 44 \text{ cm} \quad \checkmark$$

$$AB^2 = BF^2 + AF^2 \quad [\text{Pyth}]$$

$$AB^2 = (44)^2 + (21)^2 \quad \checkmark$$

$$AB = \sqrt{2377}$$

$$AB = 48,7544 \dots \text{ cm} \quad \checkmark$$

$$AE = EB = 24,38 \text{ cm} \quad \checkmark \quad [\text{omgekeerde-middelpunt-stelling}] \quad \checkmark$$

[10]

Vraag 8

8.1 Gegee: 'n Silinder het 'n hoogte van 48 cm en 'n radius van 10 cm.

8.1.1 Bereken die volume van die silinder in terme van π . (3)

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot H \quad \checkmark$$

$$V = \pi \cdot (10)^2 \cdot 48 \quad \checkmark$$

$$V = 4800\pi \text{ cm}^3 \quad \checkmark$$

8.1.2 Indien die volume van die silinder vergroot met 'n faktor van 8, hoe het die afmetings van die oorspronklike silinder vergroot? (1)

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \checkmark$$

Die afmetings van die silinder het met 'n faktor van 2 vergroot as die volume met 'n

faktor van 8 vergroot het.

8.2 Die totale buite-oppervlakte van 'n geslote silinder is $1728\pi \text{ cm}^2$. Bepaal die hoogte van die silinder indien die radius 24 cm is. (3)

$$TBO = 2(\pi r^2) + 2\pi r \cdot H \checkmark$$

$$1728\pi = 2(\pi(24)^2) + 2\pi(24) \cdot H \checkmark$$

$$\frac{1728\pi - 2(\pi(24)^2)}{2\pi(24)} = H$$

$$H = 12 \text{ cm} \checkmark$$

[7]

Totaal: [100]