MEMORANDUM **VRAESTEL 1**

WISKUNDE GRAAD 11 **TOTAAL: 100 PUNTE**

INSTRUKSIES

1. Die memorandum dien om moontlike oplossings vir die probleme in die vraestel aan die leerders duidelik te maak. Leerders moet bewus wees dat die meeste probleme meer as een moontlike oplossingsmetode het en nie net dié in die memorandum nie.

Vraag 1

1.1.1

$2x^2 - 22x + 60 = 0$
$x^2 - 11x + 30 = 0$
$(x-5)(x-6) = 0$
$x = 5 \; of \; x = 6$

Deel regdeur deur twee, omdat daar 'n gemeenskaplike faktor van 2 in elke term is – hoe eenvoudiger die vergelyking, hoe beter! **Ons toets: Kan jy eenvoudige drieterme faktoriseer?**

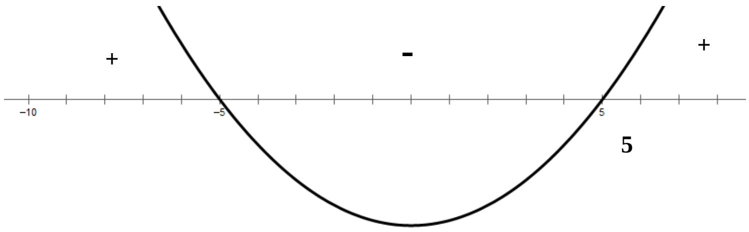
1.1.2

$x = \frac{12}{x} - 9$ (korrek tot TWEE desimale plekke)
$x.x = \frac{\cancel{x}}{1}\left(\frac{12}{\cancel{x}}\right) - 9.x$
$x^2 = 12 - 9x$
$x^2 + 9x - 12 = 0$
$x = \frac{-9 + \sqrt{9^2 - 4(1)(-12)}}{2} \; of \; x = \frac{-9 - \sqrt{9^2 - a(1)(-12)}}{2}$
$x = 1{,}17 \; of \; x = -10{,}17$

WENK: "Korrek tot twee desimale plekke" dui aan dat die kwadratiese formule gebruik moet word. Kry eers die vergelyking in die standaard drieterm-vorm
$ax^2 + bx + c = 0$.
Onthou die kwadratiese formule:
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
Ons toets: Kan jy die kwadratiese formule toepas? Kan jy korrek afrond?

1.1.3

$x^2 \ \leq \ 25$ (Grafiese oplossing sowel as intervalnotasie)
$x^2 - 25 \leq 0$
$(x-5)(x+5) \leq 0$



$x \in [-5; 5]$

Los eers die ongelykheid op asof dit ‘n gewone vergelyking is. Die twee wortels dui die x-afsnitte van die parabool aan. Maak dan ‘n rowwe skets van die parabool (grafiese voorstelling). In dié geval kan ons sien die parabool is positief. Orals waar die parabool onder die x-as duik, is waar die vergelyking se oplossing (y-waarde) negatief sal wees. WENK: Werk so gou as moontlik grafies. Dit bespaar tyd eerder as om die vergelyking algebraïes op te los. **Ons toets: Kan jy ‘n verskil van vierkante herken en oplos? Kan jy ‘n ongelykheid grafies voorstel? Kan jy ‘n oplossing in intervalnotasie voorstel?**

1.1.4

$2^x - \dfrac{4}{32} = \ 2^{x-1}$

$2^x - \frac{2^2}{2^5} = 2^{x-1}$

$2^x - \dfrac{1}{2^3} = 2^{x-1}$

$2^x.2^3 - 1 = 2^{x-1}.2^3$

$2^x.2^3 - 2^{x-1}.2^3 = 1$

$2^x.2^3 - 2^x.2^{-1}.2^3 = 1$

$2^x.2^3(1 - 2^{-1}) = 1$

$2^{x+3} = \dfrac{1}{(1 - \frac{1}{2})}$

$2^{x+3} = 2$

$x + 3 = 1$

$x = 4$

As ons met eksponente werk, moet ons altyd so ver moontlik met dieselfde grondtal werk. Herlei dus alle getalle na ‘n mag met ‘n grondtal 2. Raak ontslae van die breuk deur te maal met die resiprook van $\frac{2^3}{1}$. Pas regdeur alle eksponentwette toe. Hou ook ‘n oog oop vir gemeenskaplike faktore (of enige ander vorm van faktorisering wat dalk mag voorkom). Wanneer jy een term aan beide kante van die vergelyking het, en beide terme het dieselfde grondtal, kan jy die eksponente gelyk aan mekaar stel. Deur die vergelyking kan jy dan oplos vir die onbekende. **Ons toets: Kan jy getalle herskryf as magte? Ken jy die eksponentwette en kan jy hulle toepas? Kan jy magte manipuleer om op te los vir die onbekende?**

1.1.5

$x^{\frac{2}{5}} - 4x^{\frac{1}{5}} + 4 = 0$

$(x^{\frac{1}{5}} - 2)^2 = 0$

$x^{\frac{1}{5}} - 2 = 0$

$x^{\frac{1}{5}} = 2$

$(\sqrt[5]{x})^5 = 2^5$

$x = 32$

Die geheim hier is om die drieterm raak te sien, en ook dat die drieterm ‘n volkome vierkant is. In ‘n drieterm wat ‘n volkome vierkant is, is die eerste term se eksponent twee keer so groot soos die middelterm s’n. Die koëffisiënt van die middelterm is ook dubbel die produk van van koëffisiënt van die eerste term en die derde term. Faktoriseer dan die drieterm. Omdat dit ‘n volkome vierkant is, is daar net een oplossing vir x. Onthou ook, as die eksponent ‘n breuk is, beteken dit ons werk met ‘n wortel. **Ons toets: Kan jy ‘n drieterm herken? Kan jy ‘n volkome vierkant faktoriseer? Kan jy herlei tussen eksponent en wortelvorm?**

1.2.1

$t = \frac{6.2^x - 5.2^{x+2}}{20.\ 2^{x+1}}$

$t = \frac{3.2.\,2^x - 5.\,2^x.\,2^2}{5.\,2^2.\,2^x.\,2^1}$

$t = \frac{\cancel{2^1}.\cancel{2^x}(3 - 5.2)}{5.\,2^2.\cancel{2^x}.\cancel{2^1}}$

$t = \frac{3 - 10}{20}$

$t = \frac{-7}{20}$

Weereens, as ons met eksponente werk, wil ons so ver moontlik met dieselfde grondtal werk. Hou ook weer oë oop vir vir gemeenskaplike faktore. Probeer ook die boonste twee terme vereenvoudig na een term toe. **Ons toets: Kan jy getalle herskryf as magte? Kan jy breuke vereenvoudig?**

1.3.1

$$\frac{\sqrt{20}+\ 1}{\sqrt{5}+\ 1}$$

$$\frac{\sqrt{4.5}+1}{\sqrt{5}+1}$$

$$\frac{\sqrt{4}.\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$$

$$\frac{2.\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$$

As jy met vierkantswortels werk, soek die vierkantgetalle uit en vereenvoudig die uitdrukking deur op te los vir daardie getalle.
Ons toets: Kan jy wortels vereenvoudig?

1.3.2

$$y=\sqrt{\sqrt[3]{-x}}$$

Die aard van die oplossing is ongedefinieerd. Wortels werk soos hakies – mens werk van die binnekant af buitentoe. Dus kan mens aflei dat die $\sqrt[3]{-x}$ 'n negatiewe getal sal lewer, want $-y.-w.-z$ lewer 'n negatiewe getal. Dit is ook so dat die vierkantswortel van 'n negatiewe getal nie kan bestaan nie, want $-a.-b$ sal altyd 'n positiewe getal lewer. Dus is die oplossong van die vergelyking ongedefinieerd.

1.1.4

$$3^x.\ 6^y=36^{12}$$

$$3^x.(3.2)^y=(3^2.2^2)^{12}$$

$$3^x.3^y.2^y=3^{24}.2^{24}$$

$$3^{x+y}.2^y=3^{24}.2^{24}$$

$$x+y=24$$

Weereens, as ons met eksponente werk, wil ons so ver moontlik met dieselfde grondtal werk. As mens beide kante van die vergelyking in ekwivalente forms het, kan mens die eksponente gelykstel aan mekaar.
Ons toets: Kan jy eksponentwette toepas? Kan jy getalle herskryf as magte?

Vraag 2

2.1.1
Uit die kwadratiese formule:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

word die aard van die wortels bepaal deur delta waar Δ= $b^2 - 4ac$.

- Wanneer Δ<0, is die wortels van die vergelyking niereëel, omdat die vierkantswortel van ’n negatiewe getal nie kan bestaan nie. Dus sal die hele wortel nie bestaan nie. Dit beteken dat die parabool wat deur die vergelyking voorgestel is, nie die x-as sal sny nie.
- Wanneer Δ=0, gaan die wortels rasionaal wees asook gelyk. Dit is omdat die $\sqrt{0} = 0$. Die wortels word dus dan slegs bepaal deur $x = \frac{-b}{2a}$ waar beide a en b rasionale getalle is.
- Wanneer Δ>0 kan twee dinge gebeur:
  - As Δ ‘n vierkantsgetal is, sal daar twee wortels wees, wat beide rasionaal is. Dit is omdat a en b en Δ rasionaal is.
  - As Δ nie ‘n vierkantsgetal is nie, dan sal daar twee wortels wees en beide sal irrasionaal wees. Dit is omdat a en b rasionaal is maar Δ irrasionaal is.

2.1.2
a) Die vergelyking is ongedefinieerd waar $5x - 1 < 0$, omdat die vierkantswortel van ‘n negatiewe getal nie bestaan nie. Dus is die vergelyking ongedefineerd by $x = 0$.

b) Die vergelyking is irrasionaal waar $\sqrt{5x - 1}$ irrasionaal is, m.a.w. waar $5x - 1$ nie ‘n vierkantsgetal is nie. Dit is omdat die vierkantswortel van ‘n nievierkantsgetal irrasionaal is. Dus is die vergelyking irrasionaal by $x = 3; x = 4$ en $x = 5$.

2.1.3

$5x - 1 = \sqrt{5x - 1} + 12$
$5x - 13 = \sqrt{5x - 1}$
$(5x - 13)^2 = (\sqrt{5x - 1})^2$
$5x^2 - 130x - 169 = 5x - 1$
$5x^2 - 135x - 170 = 0$
$x^2 - 27x - 34 = 0$

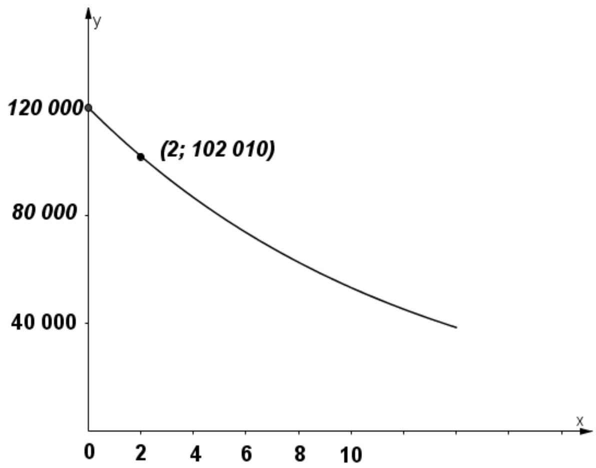
$$x = \frac{-(-27) \pm \sqrt{27^2 - 4(1)(-34)}}{2(1)}$$

$x = 28{,}21\ of\ x = -1{,}21$

Ons kan ontslae raak van die vierkantswortel deur beide kante van die vergelyking te kwadreer. WENK: As die oplossing vir die drieterm nie op die oog af opvallend is nie, bespaar tyd en gebruik dadelik die kwadratiese formule.
Ons toets: Kan jy vergelykings met vierkantswortels oplos? Kan jy drieterme oplos? Herken jy wanneer dit nodig is om die kwadratiese formule te gebruik?

Vraag 3

3.1 Piet koop ’n klein trekker vir sy plaas. Die grafiek toon hoe die waarde van hierdie trekker oor tien jaar verminder.



3.1.1

R120 000 – lees dit van die grafiek af. Maak seker jy sit die R-teken by. Eenhede is BELANGRIK!

3.1.2

Die verminderende-saldo-metode word gebruik. Ons weet dit omdat die vermindering op ‘n kurwe plaasvind. Met die verminderende-saldo-metode word die bedrag waarmee die trekker se waarde verminder word, elke jaar kleiner en kleiner, omdat dit bereken word op die saldo van die trekker se waarde aan die begin van elke jaar. Met enkelvoudige depresiasie sal die trekker elke jaar met dieselfde waarde verminder, omdat dit bereken word slegs as ’n persentasie van die oorspronklike bedrag. Dus sal ‘n grafiek wat enkelvoudige depresiasie voorstel, ‘n reguit lyn wees.

3.1.3

$A = P(1-i)^n$
$A = 102\ 010$ (na twee jaar)
$P = 120\ 000$
$i = ?$
$n = 2$

Ons lees die inligting van die grafiek af. Maak seker jy gebruik ‘n punt waar jy kan doodseker wees oor die aantal jare en die bedrag. Moet nie skat nie.

$102\ 010 = 120\ 000(1-i)^2$

$\frac{102\ 010}{120\ 000} = (1-i)^2$

$\sqrt{\frac{102\ 010}{120\ 000}} = \sqrt{(1-i)^2}$

$\sqrt{\frac{102\ 010}{120\ 000}} = 1-i$

$\sqrt{\frac{102\ 010}{120\ 000}} - 1 = -i$

$-0{,}08 = -i$
$0{,}08 = i$

Die depresiasiekoers is 8%.

Los op vir i asof dit ‘n normale algebraïese vergelyking is. Raak ontslae van die vierkantswortel deur beide kante van die vergelyking te kwadreer. Moet niks in jou sakrekenaar druk totdat i die onderwerp van die vergelyking is nie. As ons eers antwoorde kry en afrond, gaan ons finale antwoord geaffekteer word. Sit eerder alles op een slag in die sakrekenaar. Onthou i stel die depresiasiekoers as ‘n desimaal voor, m.a.w. $\frac{8}{100}$. Ons finale antwoord moet die depresiasiekoers aandui, dus $0{,}08 \times 100$, wat 8% lewer.
Ons toets: Kan jy identifiseer wat gevra word – watter veranderlike van die formule bereken moet word? Kan jy die onderwerp van ‘n vergelyking verander? Kan jy die depresiasiekoers korrek aandui?

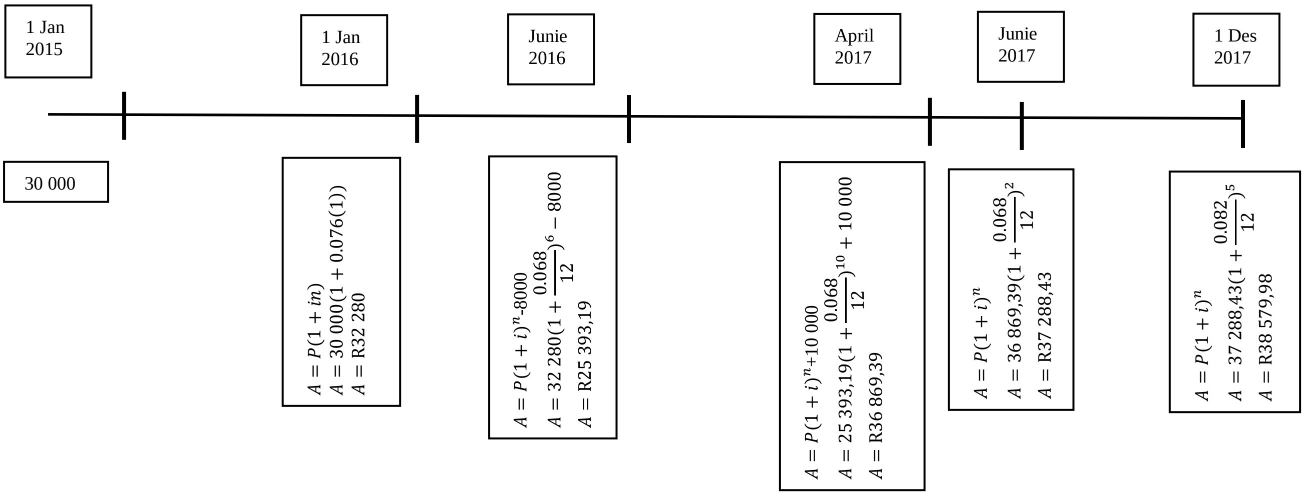
3.1.4

$A = P(1-i)^n$
$A = ?$
$P = 120\ 000$
$i = 0{,}08$
$n = 10$

$A = 120\ 000(1-0{,}08)^{10}$
$A = \text{R}52\ 126{,}61$

Hier word jy gevra om die waarde van die trekker na tien jaar te bereken. Maak gebruik van die rentekoers wat jy in die vorige som bereken het. As jy ‘n fout gemaak het, word daar saam met die fout gemerk. Onthou die antwoord dui die waarde in rand aan
Ons toets: Kan jy identifiseer wat gevra word – watter veranderlike van die formule bereken moet word? Gee jy die antwoord in die korrekte eenheid?

3.2.1



Magdali het ongeveer R38 580 na twee jaar.

Haar verloofde sal die volgende moet bylas:

$$R80\,000 - R38\,580 = R41\,420$$

I.v.m. met die tydlyn moet ons elke keer bereken hoeveel Magdali tans het voordat enige veranderinge plaasvind. Let ook op dat daar vanaf Junie 2017 tot op haar troudag net 5 maande verbygegaan het omdat sy BEGIN Desember trou! ‘n Tydlyn is harde werk. Moenie vergeet om die vraag te beantwoord na al die berekeninge nie. **Ons toets: Kan jy ‘n tydlyn opstel wat ‘n reeks finansiële berekeninge en transaksies voorstel? Kan jy die toepaslike formule herken en toepas? Kan jy ‘n vraag analiseer en effektief beantwoord?**

3.2.1

Nee, want oor die algemeen was die rentekoers van die enkelvoudige rente nie veel meer as die oorspronklike rentekoers van die saamgestelde rente nie, en minder as die tweede saamgestelde rentekoers. Dit dui aan dat Magdali meer geld sou gemaak het deur saamgestelde rente, omdat die groei bereken word as ‘n persentasie van elke maand se saldo en nie slegs die oorspronklike deposito nie.

Vraag 4

4.1

1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; 25; 27; 29

4.1.1

Die eindgetalle van ‘n reeks onewe getalle maak ‘n herhalende patroon:
1; 3; 5; 7; 1; 3; 5; 7 …

Die patroon herhaal elke 4 getalle.
In 1 000 terme herhaal die patroon $1001 \div 4 = 250{,}25$ keer. Dit beteken die patroon herhaal 250 en een kwart keer. Dus sal die eindgetal die eerste van die vier getalle van die herhalende patroon wees.

Dus sal T_{1001} eindig op ‘n 1.

4.1.2

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d$$

$$441 = \frac{n}{2}(2(1) + (n-1)2$$

$$882 = n(2 + 2n - 2)$$

$$882 = 2n^2$$
$$0 = 2n^2 - 882$$
$$0 = n^2 - 441$$
$$0 = (n-21)(n+21)$$
$$n = -21 \; of \; n = 21$$
$$n = 21$$

Maak gebruik van die formule vir die som van ‘n rekenkundige ry waar die laaste term onbekend is. Los dan op vir n. Hou weereens jou oë oop vir gemeenskaplike faktore, drieterme en verskil van vierkante. Onthou, in dié geval is $n = 21$ die enigste geldige oplossing, want die aantal terme wat ‘n som lewer kan nie negatief wees nie. Vanaf T_1 word die aantal terme aangedui deur telgetalle. **Ons toets: Kan jy die korrekte formule vir die som van ‘n rekenkundige ry identifiseer en toepas? Kan jy ‘n verskil van vierkante herken en faktoriseer? Kan jy onderskei tussen geldige en onvanpaste oplossings?**

4.2.1

$T_5 = \frac{10}{243}$

Herken dat ons elke keer vermenigvuldig met 2 bo en met 3 onder. Dus is $r = \frac{2}{3}$

4.2.2

$T_n = a.r^{n-1}$
$a = \frac{1}{3}$
$r = \frac{2}{3}$
$T_n = \frac{1}{3}.(\frac{2}{3})^{n-1}$

Ons toets: Kan jy die formule vir die algemene term van 'n meetkundige ry herken en toepas?

4.2.3

$\frac{256}{19683} = \frac{1}{3}.(\frac{2}{3})^{n-1}$

$\frac{256}{19683} \div \frac{1}{3} = (\frac{2}{3})^{n-1}$

$\frac{256}{6561} = (\frac{2}{3})^{n-1}$

$(\frac{2}{3})^8 = (\frac{2}{3})^{n-1}$

$8 = n - 1$
$9 = n$

Daar is 9 terme in die ry.

Onthou dat ons hier weer werk met eksponente, dus is dit noodsaaklik om die grondtalle in dieselfde vorm te kry en dan die eksponente gelyk te stel aan mekaar. As jy nie weet dat 256 gelyk is aan 2^8 nie, toets dit in jou sakrekenaar totdat jy die antwoord kry wat jy soek.
Ons toets: Kan jy die formule vir die algemene term van 'n meetkundige ry manipuleer om die termnommer te bepaal? Kan jy eksponensiële vergelykings oplos?

Vraag 5

5.1

Ons toets: Kan jy 'n ry vierkantgetalle herken?

$1; 4; 9; 25; 36$

5.2

Die ry wat gevorm word, is 'n ry van vierkantsgetalle plus vier, dus is $T_n = n^2$.

$T_{10} = 10^2 = 100$

Dus, in die tiende rondte word daar 100 grys teëltjies **EN** 4 wit teëltjies neergelê (daar word in elke rondte behalwe rondte 1, 4 wit teëltjies neergelê). Een teëltjie het 'n oppervlakte van 10cm x 10cm of 0,1m x 0,1m (die vraag soek die antwoord in m). Die totale oppervlakte is die oppervlakte van een teël vermenigvuldig met die aantal teëls.

Ons toets: Kan jy die diagram en algemene formule vir die ry gebruik om die oppervlakte van die teëls na 10 rondtes te bepaal? Kan jy cm herlei na m? Kan jy oppervlakte bereken?

$Oppervlakte = (0{,}1 \times 0{,}1) \times (100 + 4)$

$Oppervlakte = 1{,}04\text{m}^2$

5.3

In die laaste ry is die oppervlakte wat gedek is deur teëltjies:

$3 \times 3 = 9\text{m}^2.$

$\frac{9}{(0{,}1 \times 0{,}1)} = 900$

$\sqrt{900}=30$

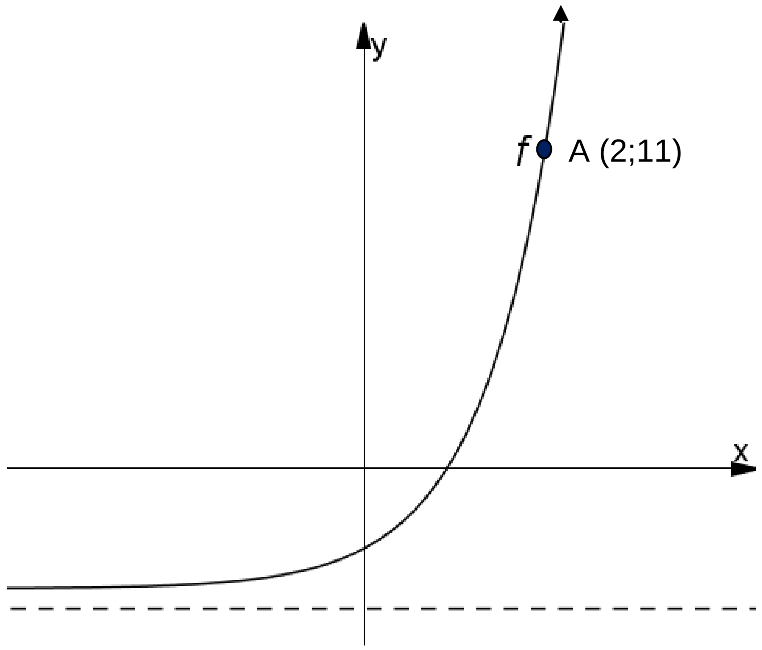
Daar was 30 teëltjies in die laaste ry neergelê.

Die totale oppervlakte gedeel deur die oppervlakte van 'n teëltjie lewer die totale aantal teëltjies wat in die badkamer gebruik is. Omdat die badkamer se oppervlakte 'n volkome vierkantsgetal is, kan die aantal teëltjies wat in die laaste ry geplaas is, bereken word deur die vierkantswortel van die aantal teëltjies te bepaal. **Ons toets: Kan jy afstandseenhede herlei soos nodig? Kan jy twee oppervlaktes gebruik om 'n aantal (teëltjies) te bepaal? Kan jy insien dat 'n perfekte vierkant se sye ewe lank sal wees?**

Vraag 6

Die grafiek hier onder toon 'n stygende eksponensiële grafiek met vergelyking $f(x) = 4^x - q$.

A(2;11) is 'n punt op f.



6.1

$11 = 4^2 - q$

$q = 4^2 - 11$

$q = 5$

Maak seker dat jy net van bekende punte op die grafiek gebruik maak. **Ons toets: Kan jy die formule van 'n funksie bepaal deur 'n punt in die algemene formule te sit en 'n onbekende te bereken?**

6.2

$y = -5$

Die moederfunksie se asimptoot lê by $y = 0$. Die q-waarde hier bo bereken dui aan dat ons die grafiek 5 eenhede afwaarts geskuif het en dus lê die asimptoot 5 eenhede onderkant $y = 0$. **Ons toets: Kan jy die asimptoot vanaf die formule van die funksie aflees? Kan jy 'n standaardfunksie aanpas volgens die vergelyking?**

6.3

"Definisieversameling" dui al die moontlike waardes van x aan waarvoor die grafiek bestaan. Die definisieversameling van die grafiek is $x \in R$ omdat die grafiek vir alle x-waardes bestaan.

Ons toets: Verstaan jy die konsep "definisieversameling"?

6.4

Die grafiek $g(x)$ sal 'n refleksie van $f(x)$ wees in die x-as.

Onthou $-f(x)$ beteken y se waarde word dan negatief, al bly x se waarde dieselfde. **Ons toets: Kan jy transformasies akkuraat beskryf sonder diagrammatiese voorstellings?**

6.5

$g(x) = -f(x)$

$g(x) = -(4^x - 5)$

$g(x) = -4^x + 5$

Ons toets: Kan jy die formule van 'n funksie aanpas soos aangedui?

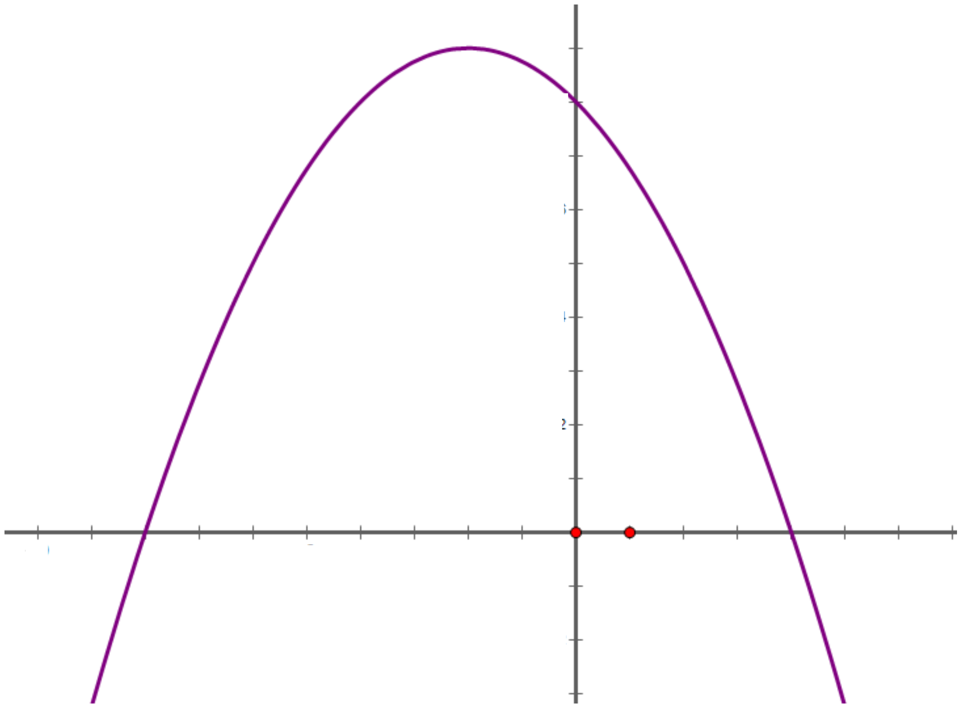
6.6

Stygend. Dit beteken dat soos die waardes van x groter word, word ook die waardes van $f(x)$ groter.

Ons toets: Verstaan jy die konsep van stygende en dalende funksies?

Vraag 7

- Die waardeversameling dui aan dat daar 'n maksimumwaarde vir die funksie is. Dus weet ons ons werk met 'n negatiewe parabool.
- $a \neq 0$, maar ons kan wel van die bogenoemde aflei dat $a < 0$, omdat dit 'n negatiewe parabool is.
- $x = -\frac{b}{2a}$ is die formule wat gebruik kan word om die x-waarde van die draaipunt van 'n parabool te bereken. As on dan weet dat $a < 0$ en $b < 0$, dan kan ons aflei dat $x < 0$ omdat die breuk in sy geheel dan negatief sal wees. Dus sal die draaipunt van die grafiek in die tweede kwadrant van die Cartetiese vlak wees.
- Een wortel is positief en een wortel is negatief.



Ons toets: Kan jy 'n funskie teken sonder 'n gegewe vergelyking, deur net inligting oor die verandelikes van die grafiek te gebruik? Ken jy die formule om die draaipunt van 'n parabool te bereken en kan jy dit toepas? Kan jy 'n rowwe skets van 'n funksie teken?

Vraag 8

8.1

$f(x) = -x^2 - x + 6$
$0 = -x^2 - x + 6$
$0 = x^2 + x - 6$
$0 = (x+3)(x-2)$
$x = -3 \; or \; x = 2$
$A: (-3; 0)$ en $B: (2; 0)$

A en B is die x-afsnitte van $f(x)$. Om A en B te bereken moet mens dus die funksie gelykstel aan 0 en dan oplos vir x. A sal 'n negatiewe waarde hê en B positief, omdat B in die eerste kwadrant is en A in die tweede. **Ons toets: Kan jy die wortels van 'n kwadratiese funksie bereken? Kan jy onderskei tussen positiewe en negatiewe koördinate op 'n gegewe grafiek?**

8.2

Draaipunt:

$x = \frac{-b}{2a}$
$x = \frac{1}{-2}$
Stel $x = -\frac{1}{2}$ terug in die vergelyking:
$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -(\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} + 6$
$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 6\frac{1}{4}$

Draaipunt: $(-\frac{1}{2}; 6\frac{1}{4})$

y-afsnit: $(0; 6)$

Vergelyking:
$f(x) = a(x-p)^2 + q$
$f(x) = a\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

Stel in $(0; 6)$
$6 = a\left(0 + \frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$
$\frac{6 - 6\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}^2} = a$

$-3 = a$
$f(x) = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

Onthou die draaipunt se x-waarde kan bereken word deur $x = \frac{-b}{2a}$ wanneer ons die vergelyking in die vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$ het. Ons moet dan die y-waarde bereken deur die x-waarde terug in die formule te stel.
Die y-afsnit is waar $x = 0$ en word dus voorgestel deur die c-waarde van die vergelyking.
As ons dan die formule in die vorm
$f(x) = a(x-p)^2 + q$ moet gee, dan moet ons onthou dat die draaipunt die punt (p;q) is. Om a te bereken, stel dan 'n bekende punt (soos die y-afsnit) in die formule in en los dan op vir a.
Ons toets: Kan jy die draaipunt van 'n parabool bereken met die gegewe vorm van die vergelyking? Kan jy die y-afsnit van die vergelyking aflees? Kan jy die vorm van die vergelyking herskryf met die gegewe inligting, en enige onbekendes bepaal?

8.3

$x = -\frac{1}{2}$

Die simmetrie-as lê by die x-waarde van die draaipunt. **Ons toets: Weet jy hoe om die simmetrie-as van 'n parabool te bepaal?**

8.4

E is waar die $g(x) = f(x)$

$x + 3 = -x^2 - x + 6$
$0 = -x^2 - x + 6 - x - 3$
$0 = -x^2 - 2x + 3$
$0 = x^2 + 2x - 3$
$0 = (x + 3)(x - 1)$
$x = -3 \; of \; x = 1$

Maar by E is die x-waarde positief, dus $x = 2$
Bereken dus y: $g(2) = 1 + 3 = 4$

E: $(1; 4)$

-

Grafieke is gelyk in die punte waar hulle sny. So ons stel die grafieke gelyk aan mekaar en los dan op vir x. Onthou dat net een antwoord geldig sal wees, omdat E net een punt is. Onthou ook om die y-waarde van daardie punt te bereken deur die x-waarde in die eenvoudigste vergelyking terug te sit (om tyd te spaar). **Ons toets: Kan jy oplos vir x as jy twee vergelykings gelykstel aan mekaar? Kan jy onderskei tussen positiewe en negatiewe koördinate op 'n gegewe grafiek? Kan jy 'n koördinaat volledig bepaal?**

8.5

$f(0) = 6$ (y-afsnit)
$f(2) = 0$ (x-afsnit)

Gradiënte:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \frac{6 - 0}{0 - 2}$

$m = -3$

Onthou die punte wat jy al klaar bereken het, sodat jy nie tyd mors om dit weer te bereken nie. **Ons toets: Kan jy die gradiënt tussen twee punte op 'n grafiek bepaal?**

8.6

$f(x) = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4}$

$f(x+3) - 1 = -3\left(x + 3 + \frac{1}{2}\right)^2 + 6\frac{1}{4} - 1$

$f(x+3) - 1 = -3\left(x + 3\frac{1}{2}\right)^2 + 5\frac{1}{4}$

Draaipunt: $(-3\frac{1}{2}; 5\frac{1}{4})$

Stel die waardes van x soos wat ons dit verander het, in die grafiek in en vereenvoudig dan die vergelyking van die grafiek. Lees dan die draaipunte af by p en q. **Ons toets: Kan jy die vergelyking van die grafiek manipuleer? Kan jy die draaipunte van die vergelyking af aflees?**

8.7

$x \in (-3; 1)$

Hier kyk ons na al die plekke waar die lyn van f bo die lyn van g lê, en bepaal dan vir watter x-waardes dit dan so is. In dié geval is dit tussen die kleinste wortel van f en E. **Ons toets: Kan jy identifiseer waar een grafiek groter is as die ander?**

8.8

Die wortels is beide reëel en rasionaal, maar nie gelyk nie.

Die aard van wortels verwys na of hulle reëel is of nie, of hulle rasionaal is of nie en of hulle gelyk is of nie. **Ons toets: Kan jy die aard van wortels beskryf?**

8.9

$DH = -x^2 - x + 6 - (x + 3)$

$DH = -x^2 - x + 6 - x - 3$

$DH = -x^2 - 2x + 3$

Die hoogste punt onder die kurwe lê by die draaipunt D.

Dus stel ons die draaipunt se x-waarde $(-\frac{1}{2})$ in die vergelyking in.

$DH = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3$

$DH = 1\frac{3}{4}$

Die maksimum lengte van DH is $1\frac{3}{4}$ eenhede.

Die spasie tussen die twee grafieke dui die verskil tussen die twee grafieke aan, dus trek ons die onderste een van die boonste een af. Ons sien dan dat die hoogste punt van die parabool by die draaipunt is. Ons sit dan die x-waarde in die nuwe vergelyking in, en die antwoord dui die maksimum hoogte aan. **Ons toets: Kan jy die maksimum afstand tussen twee grafieke bepaal? Kan jy ‘n vergelyking manipuleer en vereenvoudig?**

<u>Vraag 9</u>

9.1

$P(A\ of\ B) = P(A) + P(B)$

$P(A\ of\ B) = \frac{1}{5} + 0{,}45$

$P(A\ of\ B) = 0{,}65$

$P(A\ of\ B)' = 1 - 0{,}65 = 0{,}35$

As twee gebeurtenisse A en B onderling uitsluitend is, kan ons dan die waarskynlikheid van A en B bepaal deur die eerste vergelyking. Die waarskynlikheid van NIE A of B nie kan dan bereken word deur die waarskynlikheid van A of B van 1 af te trek. . **Ons toets: Kan jy waarskynlikhede van gebeurtenisse bepaal as hulle onderling uitsluitend is?**

9.2

$P(A\ en\ B) = P(A) \times P(B)$

$P(A\ en\ B) = \frac{1}{5} \times 0{,}45$
$P(A\ en\ B) = 0{,}09$

$P(A\ of\ B) = (P(A) - 0{,}09) + (P(B) - 0{,}09)$

$P(A\ of\ B) = \left(\frac{1}{5} - 0{,}09\right) + (0{,}45 - 0{,}09)$
$P(A\ of\ B) = 0{,}47$

In dié geval van onafhanklikheid bereken ons die waarskynlikheid van A en B volgens die vergelyking. Om dan die waarskynlikheid van NIE A OF B nie te bereken, trek ons die waarskynlikheid dat beide sal gebeur, by elke gebeurtenis af. Onthou "EN" dui vermenigvuldiging aan en "OF" dui optel aan. **Ons toets: Kan jy die onderskeid tussen EN en OF maak? Kan jy waarskynlikhede van onafhanklike gebeurtenisse bepaal?**

<u>Vraag 10</u>

10.1

$a = 10$
$c = 60$
$b = 130 - 10 - 60 = 60$

In die Venndiagram is $a = 10$ omdat 35 mense van beide tennis en swem hou en dus moet die kruising gelyk staan aan 35 (daar is reeds 25). Ook, $c = 60$ omdat 60 mense in die kruising tussen krieket en swem moet wees, in ag geneem dat dit nie aan die tennissirkel moet raak nie. In dié geval was dit makliker om c eerste te bepaal. Die antwoord vir b kan bepaal word deur c, 25 en a af te trek van 130 (wat van swem hou) en is dan 60. **Ons toets: Kan jy 'n Venndiagram voltooi?**

10.2

$d = 145 - 85 - x$
$e = 90 - 25 - 10 - x$

Ons trek al die waardes in die toepaslike kruising af van die totaal om te bepaal hoeveel mense slegs van krieket of tennis hou. **Ons toets: Kan jy 'n Venndiagram voltooi?**

10.3

$x + 25 + a + b + c + d + e = 250$
$x + 25 + 10 + 60 + 60 + 145 - 85 - x + 90 - 35 - x = 250$
$-x + 270 = 250$
$-x = -20$
$x = 20$

As ons al die waardes in die diagram optel, moet ons by die totale getal deelnemers (250) uitkom. Los dan net op vir x. **Ons toets: Kan jy 'n venndiagram voltooi?**

10.4

Krieket (145 leerders)

Ons toets: Kan jy inligting van 'n Venndiagram aflees?

10.5.1

$P(K) = \frac{145-85-20}{250}$

$P(K) = \frac{40}{250} = 0{,}16$

Die waarde van *d* dui mense aan wat slegs van krieket hou. Die waarskynlikheid is dan daardie getal mense uit al die deelnemers. **Ons toets: Kan jy eenvoudige waarskynlikheid bepaal deur gebruik te maak van inligting in 'n Venndiagram?**

10.5.2

$P(S\ en\ T') = \frac{130 - 10}{250}$

$P(S\ en\ T') = \frac{120}{250} = 0{,}48$

Ons moet eers bepaal watter aantal mense in die swemsirkel val maar nie in die tennissirkel nie. **Ons toets: Kan jy eenvoudige waarskynlikheid bepaal deur gebruik te maak van inligting in 'n Venndiagram?**

Vraag 11

$P(W\ en\ B)' = P(W)' \times P(B)'$

$P(W\ en\ B)' = \frac{60}{100} \times \frac{40}{100}$

$P(W\ en\ B)' = 0{,}24 = 24\%$

Die waarskynlikheid van nie wiskunde slaag nie, en die waarskynlikheid van nie biologie slaag nie, kan bereken word deur: $100 -$ die waarskynlikheid dat sy wel gaan slaag. Onthou "EN" dui vermenigvuldiging aan. As jy inligting in 'n persentasie gegee is, los die antwoord ook in 'n persentasie. **Ons toets: Kan jy onderskei tussen OF en EN? Kan jy die waarskynlikheid dat gebeurtenisse nie sal plaasvind nie, bereken?**